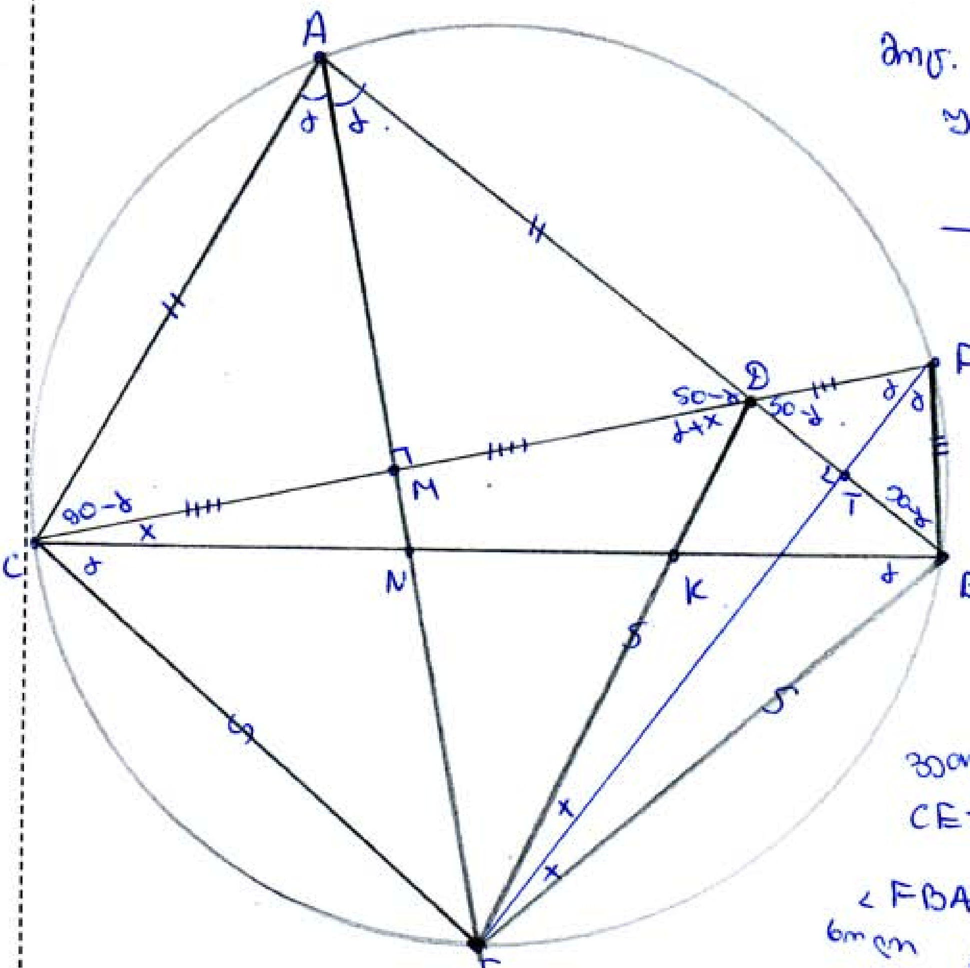
შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №	29.04.2012/ მათ/ IV/ 387
ამოცანა № 4	გვერდი № 1



დამტ. $DK \cdot EF = AC \cdot DF$

ე.ვ. $\frac{CK}{AC}$.

ΔACD-ში AM ბისექტრისა და რადგან $AC=AD$ ამიტომ სიმაღლეც და მედიანაც. ანუ $\angle AMC = 90°$

ანუ $\angle ADC = \angle ACD = 90-\alpha$

$\angle BCE = \angle BAE = \alpha$
$\angle CBE = \angle CAE = \alpha$) ერთ რკალს ეყრდნ.

ანუ $CE = EB$.

E წერტილი არის CD მონაკვეთის შუამართობზე ამიტომ $CE = ED$

$\angle FBA = \angle FCA = 90°-\alpha$.
ხოლო $\angle ADC = \angle FDB = 90-\alpha$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow DF = FB$. $\angle DCB \equiv x$ ΔCED ტოლფ $\Rightarrow \angle CDK = \alpha + x$

$\angle FCB = \angle FEB = x$ □$EDFB$ დელტოიდი ამიტომ EF არის ბისექტრისა ამიტომ $\angle DEF = x$ და რადგან დელტოიდია $EF \perp DB$.

$\frac{CK}{DK} = \frac{\sin(\alpha+x)}{\sin x}$ $\overset{\text{სინ. თეორემ.}}{=}$ $= \frac{EM}{ED}$; $\frac{DT}{ED} = \frac{EM}{DT}$. (1)

$\frac{AD}{DK}$ დამტ-ის ნაცვლად $DK \cdot EF = AC \cdot DF$ $AC = AD$ და $DF = FB$

$\Rightarrow DK \cdot EF = AD \cdot FB$ $\frac{AD}{DK} = \frac{EF}{FB}$ (2) $(1):(2) = \frac{CK}{AD} =$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ მათ/ IV/ 387

ამოცანა № 4

გვერდი № 2

$$= \frac{ME}{DT} \cdot \frac{FB}{EF} = \frac{ME}{FB\sin\alpha} \cdot \frac{FB}{EF} = \frac{ME}{EF} \cdot \frac{1}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha} = 1.$$

ანუ. $\frac{CK}{AO} = 1$.

დავამტკიცოთ ინდუქციით: 1) ბაზისი $m=1$ "კარგი რიგი" ≡ მიმდევრობა რომელშიც ყველა [illegible]

ავიღოთ [illegible] (1) [illegible] (2) რომ (2) [illegible] (1) ხოლო [illegible] (3) [illegible] (2)-ს (3) ≠ (1) ამიტომ რომ (1)-ს (2)-სგან [illegible] $m=1$-სთვის $n \geq 3 = 2^{1+1}-1$.

2) ბიჯი. დავუშვათ m-სთვის და დავამტკიცოთ $m+1$-სთვის.

~~$\forall$ m-ეულის ყველა [illegible] "კარგი რიგი" $\Rightarrow$ $\forall$ $(m-1)$-ეულის ყველა [illegible] "კარგი რიგი" [illegible] $(m-1)$-სთვის [illegible] $n \geq 2^m-1$ [illegible] 2^m [illegible] $(2^m-1+2^m=2^{m+1}-1)$~~

ავიღოთ [illegible] m-ეული $(1;2;3;\ldots m)$. [illegible] $(m+1)$ [illegible]

~~$(1;2;\ldots m)$~~ $(m+1)\rightarrow(1;2;\ldots m)$ ავიღოთ $(2;3;\ldots m;m+1)$.

1 [illegible] $(m+1)$ [illegible] $(m+2)\rightarrow(2;3;\ldots m+1)$ [illegible] $(3;4;\ldots m;m+1;m+2)$ [illegible] $(m+3)$-ს [illegible] $(m+1)$-ს ~~$(1\ldots m)$~~ [illegible]

[illegible] $(m+1, m+2;\ldots 2m)$ [illegible] $(2m+1)$-ს

[illegible] $2m+1$ [illegible]

~~m m 1 [illegible] $2m$ [illegible]~~

m m 1 0

[illegible] m [illegible] 2 m-ეული. [illegible] $\forall (m-1)$-ს ყველა [illegible] "კარგი რიგი"

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №	29.04.2012/ მათ/ IV/ 387

ამოცანა № 5 — გვერდი № 2

~~[illegible] 2^m-1 [illegible]~~

~~[illegible]~~ [illegible] 2-ზე [illegible] 2^m-1 [illegible]

[illegible] 2 [illegible] $2m-2$ [illegible] $(m-1)$-ს [illegible] I [illegible]

[illegible] I- [illegible] $(m-1)$-ს [illegible]

[illegible]

$2m-2$-[illegible]

$2(2^m-1)+1=2^{m+1}-2+1=2^{m+1}-1$ [illegible]

[illegible] ~~[illegible]~~ $2m-2$ -[illegible]

[illegible] V [illegible]

[illegible] $(2m-2)$-ს [illegible] (1)-ა.

$(1) \to (2;3;4;\dots 2m-1)$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

29.04.2012/ მათ/ IV/ 387

ამოცანა № 6

$P(x)=(x+d_1)(x+d_2)\dots(x+d_9)$ ვიგულისხმოთ საწინააღმდეგო დაშვება რომ $d_1>d_2>\dots>d_9$ ანუ მოც. $m\geq d_1^8$ და ყ.პ. $P(m)\vdots p$ სადაც $p>20$.

$P(m)=(m+d_1)(m+d_2)\dots(m+d_9)$ 1-20 რიცხვებში მარტივი რიცხვები 8 ცალია: 2;3;5;7;11;13;17;19. თუ $(m+d_i;m+d_j)=1$ $\forall i,j\leq 9$ $i\neq j$ საიდან მაშინ ... რომ 9 მამრავლია და $P(m)$ ... გაიყოფა ის მე-9 მარტ. რიცხვი რომელიც მეტი იქნება 20-ზე ანუ არსებობს $(k;t)$ სადაც $(m+d_k;m+d_t)\neq 1$ ვთქვათ $p'|k$

p' ... უნდა იყოს 2-ზე მეტი ~~...~~ სხვა ... და მარტივი ... დასაშვები ... ($P(m)$-ის ... p'-ზე). ანუ $p'<20$.

ანუ $m+d_k\equiv m+d_t\equiv 0 \pmod{p'}$, ანუ $-m\equiv d_k\equiv d_t \pmod{p'}$